



PROJETO E DESENVOLVIMENTO DE UM FILTRO BUTTERWORTH PARA AUXÍLIO NA CONSTRUÇÃO DE UM AFINADOR ELETRÔNICO.

¹ Joan Pedro Oliveira de Souza (SENAI CIMATEC) – jpos.senai@gmail.com; ² Matheus de Souza Santos (SENAI CIMATEC) – matheus.tec.agro@hotmail.com;

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo explicitar o desenvolvimento de um filtro para auxiliar no processo de construção de um afinador eletrônico de violão. É demonstrado conceitos fundamentais de música, de processamento de sinal, tipos de filtro e como foram analisados os sinais para a identificação da nota musical correspondente à corda tocada. Foi utilizado o microcontrolador da Microchip dsPIC33E para validação e as variáveis controladas são exibidas por uma IHM.

Palavras-Chaves: Filtro; Processamento Digital de Sinais; Afinador.

DESIGN AND DEVELOPMENT OF A BUTTERWORTH FILTER FOR AID IN THE CONSTRUCTION OF AN ELECTRONIC TUNER.

Abstract: The present work aims to explain the development of a filter to aid in the construction process of an electronic guitar tuner. It is demonstrated fundamental concepts of music, signal processing, filter types and how the signals were analyzed for the identification of the musical note corresponding to the string played. The Microchip dsPIC33E microcontroller was used for validation and the controlled variables are displayed by an HMI.

Keywords: Filter; Digital Signal Processing; Tuner.



1. INTRODUÇÃO

Cientificamente, constata-se que o som tem característica comportamental de onda, ou conjunto de ondas distintas. Possui as seguintes qualidades fisiológicas: a intensidade, a altura e o timbre; essas permitem a distinção entre sons [1].

Tipos distintos de instrumentos musicais possuem distintas ‘assinaturas’¹ [1], que permitem diferenciar, por exemplo, o som emitido por um piano do produzido por um violino, mesmo que tocando uma nota de mesma frequência fundamental.

1.1. Nota musical

Em teoria musical, nota é um dos elementos básicos de um som, o qual representa sua frequência fundamental. Existem dois identificadores para a nota: a classe de tom à qual ela pertence e a oitava na qual ela se encontra [2].

Classe de tom é um conjunto de todos os tons que possuem uma multiplicidade $2n$ entre si, sendo n a frequência de um tom abaixo; dado que o ouvido humano percebe tons musicais de modo periódico [2].

A oitava corresponde ao intervalo entre uma nota e outra cuja frequência é o dobro ou a metade da primeira, ou seja, as harmônicas da frequência fundamental que têm multiplicidade par. Convencionou-se que o intervalo entre a nota *Dó* de frequência 32,7 Hz, e a nota *Si* de 61,74 Hz, define a primeira oitava, segundo a notação SPN (*scientific pitch notation*) [3].

Quadro 1. Identificação de frequências das cordas do violão [4].

Corda	Nota	Frequência (Hz)	Corda	Nota	Frequência (Hz)
6 ^a	<i>Mi / E2</i>	82,4069	3 ^a	<i>Sol / G3</i>	195,9977
5 ^a	<i>Lá / A2</i>	110,0000	2 ^a	<i>Si / B3</i>	246,9417
4 ^a	<i>Ré / D3</i>	146,8324	1 ^a	<i>Mi / E4</i>	329,6276

1.2. Filtros

¹ Características sonoras associadas que têm uma descrição matemática extremamente precisa, embora possam parecer subjetivas.



De forma sucinta, pode-se descrever um filtro como um sistema que atenua certas frequências de um sinal, havendo quatro tipos básicos: *passa-baixas*, *passa-altas*,

passa-faixa e *rejeita-faixa* [5].

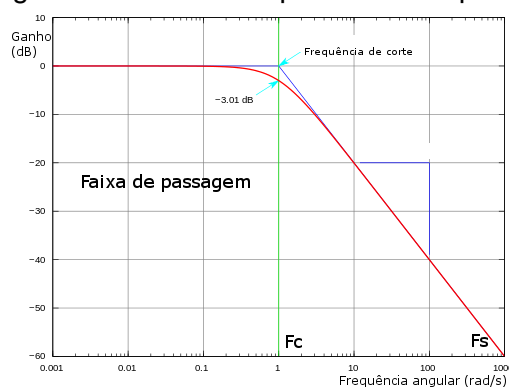
Matematicamente, filtros podem ser descritos por uma função de transferência $H(j\omega)$ representada pela equação (1).

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle \arg(H(j\omega)) \quad (1)$$

Onde $|H(j\omega)|$ é o módulo de $H(j\omega)$, ou ganho, e $\arg(H(j\omega))$ é o argumento de $H(j\omega)$, ou fase. Além disso, definem-se três parâmetros: faixa de passagem, faixa de rejeição (F_s) e faixa de transição. Sinais com frequências dentro de faixa de passagem são transmitidos com pouca ou nenhuma distorção, ao passo que aqueles que têm frequências dentro da faixa de rejeição são atenuados. Faixa de transição é o intervalo de frequência a qual separa as faixas de passagem e de rejeição [5].

A frequência de corte (F_c) de um filtro passa-baixas representado na Figura 1, é o ponto a partir do qual o filtro começa a atenuar frequências indesejadas, com ganho variando gradualmente entre faixa de passagem e de rejeição, conforme ilustrado. O filtro passa-baixas atenua as frequências superiores à frequência de corte.

Figura 1. diagrama de tolerância para um filtro passa-baixas prático [6].



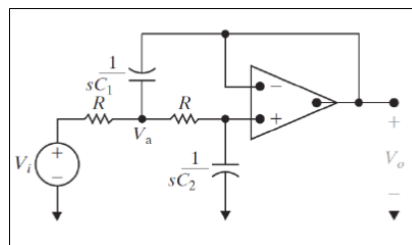
O filtro *Butterworth* é desenvolvido de modo a obter a mais plana (não possuir *ripple*, ou ondulações) resposta em frequência enquanto for matematicamente possível. Sendo também o único filtro que mantém o mesmo formato linear de decaimento para ordens mais elevadas (com diferentes coeficientes de angulação, mais íngreme) [5,6].



De acordo com a Arquitetura *Sallen-Key* [7], a construção de um filtro de quarta ordem é dada, considerando um filtro (Figura 2) sintetizado de segunda ordem e com uso da arquitetura *Biquadrática*, à associação em cascata de dois filtros *passa-baixas* não inversor com ganho unitário. Sua função de transferência é descrita abaixo.

$$H(s) = \frac{\frac{1}{R^2 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{2}{RC_1} s + \frac{1}{R^2 C_1 C_2}} \times \frac{\frac{1}{R^2 C_3 C_4}}{s^2 + \frac{2}{RC_3} s + \frac{1}{R^2 C_3 C_4}} \quad (2)$$

Figura 2: filtro passa-baixas de segunda ordem não inversor [8].

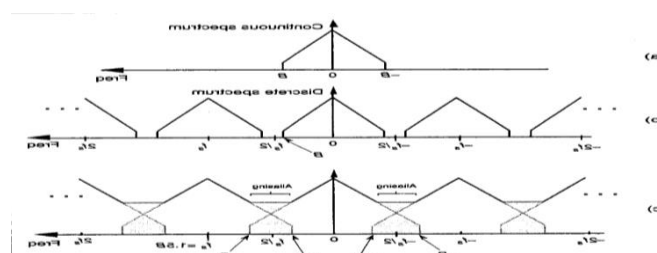


1.3. Teorema da Amostragem

De acordo com o Teorema de Amostragem de Nyquist [5], para a reconstrução de um sinal, a frequência de amostragem deverá ser pelo menos duas vezes maior que a frequência original do sinal. Sinais amostrados com frequência menor ou igual à taxa de Nyquist serão alocados incorretamente em uma frequência do espectro de interesse.

O processo de amostragem, por sua natureza, cria réplicas do espectro de frequências a um intervalo igual à frequência de amostragem (F_s). Nesse caso, conforme ilustrado na Figura 3, se esta frequência for menor ou igual ao dobro da frequência de interesse do sinal amostrado, haverá recobrimento (*aliasing*), o que impedirá sua reconstituição do sinal original.

Figura 3. réplicas espectrais [5].





Outra estratégia importante para garantir a integridade do sinal amostrado é aplicar um filtro analógico passa-baixas ao sinal de interesse, antes de ser amostrado. Esse filtro é chamado de filtro anti-recobrimento porque evita que ruídos sejam amostrados, o que ocasionaria *aliasing* a partir das réplicas de seu espectro, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4. Réplicas espectrais de ruído [5].

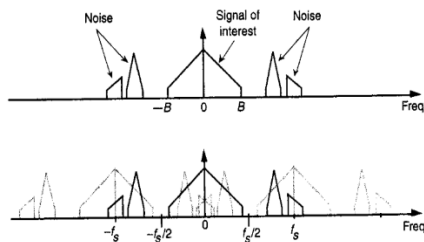
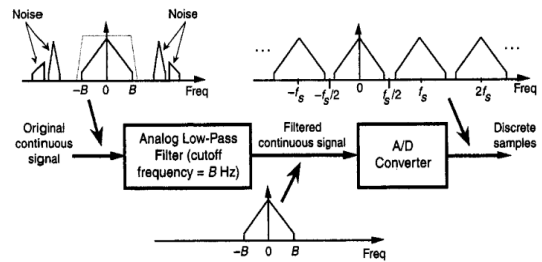


Figura 5. Filtração anti-recobrimento [5].



2. METODOLOGIA

Amostrar corretamente o sinal de entrada é relevante neste projeto, pois é através dele que será aplicada a Transformada rápida de Fourier (*FFT*) para encontrar a frequência de interesse.

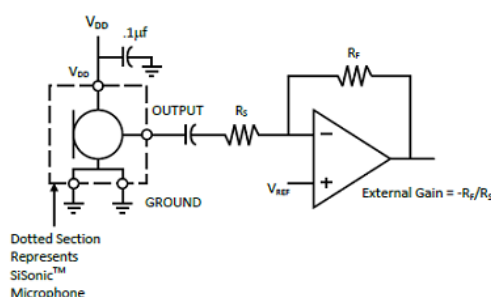
Figura 6. Fluxograma de funcionamento



A frequência de amostragem do projeto é definida 4 KHz, devido o número de bits do conversor analógico-digital limitar sua capacidade de armazenar valores além do suportado e à sua resolução [9].

Para captação do sinal a ser amostrado é utilizado um transdutor, o microfone. O circuito de acionamento do microfone (Figura 7) possui um capacitor de saída para eliminar o nível DC do sinal, o ganho do sinal de entrada é definido em 400.

Figura 7. Circuito de acionamento do microfone [10].





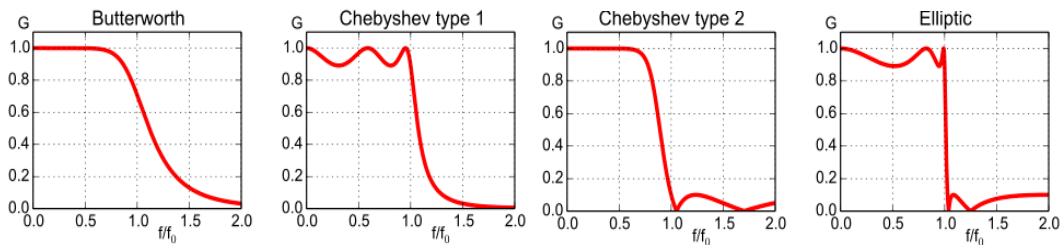
O sinal de entrada é o som produzido pela vibração de uma corda do violão, com frequência máxima de interesse de 330 Hz, que é a frequência da corda Mi. Devido aos ruídos com picos e frequências desconhecidas, foi necessário o projeto de um filtro analógico para atenuar as frequências acima do limite admitido para o sinal, antes deste ser amostrado.

O microcontrolador utilizado para a realização do projeto foi o *dsPIC33EP128MC204*. O conversor analógico-digital (ADC) proposto possui 12 bits, logo, a atenuação necessária na frequência de rejeição, de acordo com a Equação 3, é de 73 dB. Definido F_c em 372 Hz e F_s em 3050 Hz.

$$\text{Atenuação} = 20 \log \left(\frac{1}{2^{12}} \right) \cong 73 \text{dB} \quad (3)$$

[8]

Figura 8. Diagrama de filtros passa-baixas de quinta ordem [6].



Foi escolhido o filtro *Butterworth*, apesar de decair mais lentamente em torno da frequência de corte em relação aos filtros apresentados, não apresenta *ripple*.

Com o polinômio de Butterworth de quarta ordem normalizado (Equação 4) é possível calcular os valores dos capacitores que compõem o circuito, uma vez que fixado os valores dos resistores. Normalizando a função de transferência da Equação 2 para uma frequência de corte de 1rad/s e resistor de 1Ω, de acordo com as Equações 4 e 5.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.7654s + 1} \times \frac{1}{s^2 + 1.8478s + 1} \quad (4)$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C_{1n}C_{2n}}}{s^2 + \frac{2}{C_{1n}}s + \frac{1}{C_{1n}C_{2n}}} \times \frac{\frac{1}{C_{3n}C_{4n}}}{s^2 + \frac{2}{C_{3n}}s + \frac{1}{C_{3n}C_{4n}}} \quad (5)$$

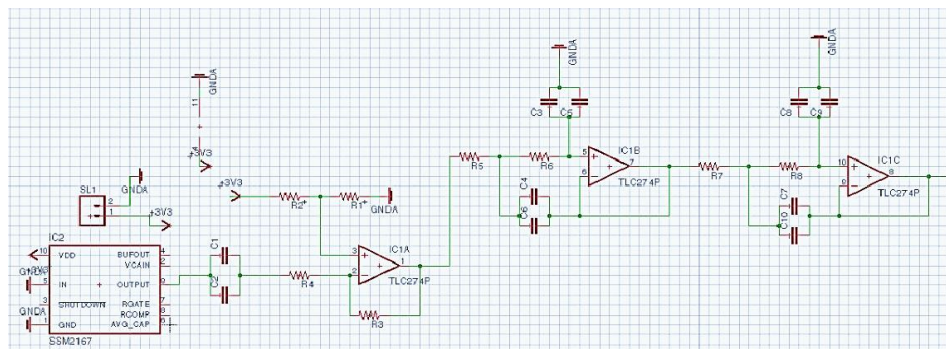


Comparando as Equações 4 e 5, obtêm-se os valores dos capacitores normalizados: $C_{1n}=2.6140$, $C_{2n}=0.3825$, $C_{3n}=1.0822$, $C_{4n}=0.9240$. Com os valores dos capacitores normalizados é possível obter os valores reais, utilizando a frequência de corte (372 Hz) em rad/s e o valor do resistor (10 KΩ), de acordo com a Equação 6 e a Figura 9 apresenta todo o circuito de condicionamento.

$$C_x = \frac{C_{xn}}{R * W_n} \quad (6)$$

$C_1=111,85 \text{ nF}$, $C_2 = 16,36 \text{ nF}$, $C_3 = 46,30 \text{ nF}$, $C_4 = 39,53 \text{ nF}$.

Figura 9. Circuito de condicionamento.



3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O módulo afinador foi testado com um violão.

Quadro 2. resultados obtidos para os testes.

Corda	Referência (Hz)	Desvio médio (%)	Incerteza estimada (Hz) ²	Corda	Referência (Hz)	Desvio médio (%)	Incerteza estimada (Hz) ²
6a	Mi / E2 (82,407)	> 0,8	0.2347	3a	Sol / G3 (195, 998)	> 0,8	0.5133
5a	Lá / A2 (110,000)	> 0,8	0.2331	2a	Si / B3 (246, 942)	> 0,7	0.7203
4a	Ré / D3 (146,832)	> 0,7	0.4006	1a	Mi / E4 (329, 628)	> 0,7	1.1222

O sistema foi considerado como funcional após serem efetuadas uma sequência de 10 verificações seguidas com variações inferiores a 1% em relação ao afinador de referência. O Quadro 2 mostra os desvios médios obtidos.

As diferenças obtidas entre os sistemas foram inferiores a 1%, validando o funcionamento do módulo afinador.



4. CONCLUSÃO

Com os resultados apresentados, conclui-se que o trabalho desenvolvido cumpriu com os objetivos propostos. O estudo da arquitetura e funcionalidades do microcontrolador, juntamente com os métodos de análise espectral demonstrou-se relevante para identificação da frequência fundamental e implementação de um algoritmo eficiente. Assim, o módulo afinador atendeu às expectativas e cumpriu com a sua finalidade.

5. REFERÊNCIAS

- ¹ OLIVEIRA, L. M. **Instrumentos e Timbre**. Março de 2002. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/cref/ntef/som/>> Acesso em: 20 nov. 2017.
- ² MED, Bohumil. **Teoria da Música**. 4ed. Brasília-DF, Musimed, 1996. 420 p.
- ³ **Scientific pitch notation**. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Scientific_pitch_notation>. Acesso em: 25 nov. 2017.
- ⁴ MANCERA, Telos Galante. **Afinador digital para violão e guitarra elétrica implementado em FPGA**. 2013. 61 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.
- ⁵ LYONS, Richard G. **Understanding Digital Signal Processing**. 3. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2010. 931 p.
- ⁶ **FILTRO Butterworth**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Filtro_Butterworth>. Acesso em: 19 nov. 2017.
- ⁷ ANALYSIS of the Sallen-Key Architecture: **Application Report**. Disponível em: <<http://www.ti.com/cn/cn/lit/an/sloa024b/sloa024b.pdf>>. Acesso em: 19 nov. 2017.
- ⁸ DOS SANTOS, Jovelino Torres. **PROJETO E DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE CONTROLE EMBARCADO APLICADO A ROBÓTICA MÓVEL**. 2014. 126 p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014.
- ⁹ DSPIC33EPXXXGP50X, dsPIC33EPXXXMC20X/50X and PIC24EPXXXGP/MC20X: **16-Bit Microcontrollers and Digital Signal Controllers**



with High-Speed PWM, Op Amps and Advanced Analog. Disponível em:

<<http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/70000657H.pdf>>. Acesso em:
19 nov. 2017.

¹⁰ **SPU0410HR5H-PB: Product datasheet.** Disponível em:

<<http://www.knowles.com/eng/content/download/5754/91789/version/3/file/SPU0410HR5H-PB+revH.PDF>>. Acesso em: 19 nov. 2017.